Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg Sommersemester 2020
Max Planck Institute for Dynamics of Complex Technical Systems
Prof. Dr. Peter Benner, Dr. Sara Grundel, Jennifer Przybilla

Numerische Lineare Algebra 2 – 8. Hausaufgabe

Bitte senden Sie die Lösungen inklusive der MATLAB® Implementierungen bis zum 12.06.20 an *przybilla@mpi-magdeburg.mpg.de*.

Aufgabe 1

Seien q und p zwei Polynome von $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$. Zeigen Sie, dass $p(A) = q(A)$ genau dann gilt, wenn p und q die selben Werte auf $\{\lambda_i, n_i\}_{i=1}^s$, annehmen mit $\lambda_1, \ldots, \lambda_s$ die Eigenwerte von A mit index n_i. Hinweis: Nutzen Sie dafür die Eigenschaften des Minimalpolynoms.

Aufgabe 2 (Äquivalenz der Definitionen)

Sei f auf $\{\lambda, m\}$ definiert und J ein Jordan Block der Größe m zum Eigenwert λ. Nutzen sie die Definition III.5 von $f(J)$ via Hermite Polynom um die folgende Formel aus Definition III.2 herzuleiten:

$$f(J) = \begin{bmatrix} f(\lambda) & f'(\lambda) & \cdots & \frac{f^{(m-1)}(\lambda)}{(m-1)!} \\ & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & f'(\lambda) \\ 0 & & & f(\lambda) \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 3 (Eigenschaften der Matrix Functionen)

Sei $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ und seien f, g definiert auf $\{\lambda_i, n_i\}_{i=1}^s$, annehmen mit $\lambda_1, \ldots, \lambda_s$ die Eigenwerte von A mit index n_i. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

a) $f(A)$ kommutiert mit A.

b) $f(XAX^{-1}) = Xf(A)X^{-1}$.

c) $f(I_m \otimes A) = I_m \otimes f(A)$.

d) Wenn $h(t) = f(t)g(t)$ gilt, dann $h(A) = f(A)g(A)$.