Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme
Dr.Martin Stoll, Björn Baran Sommersemester 2016

Einführung in die Numerik – Aufgabenblatt 2.

Problem 1 **(4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Multiplikation

$$y = f_1(x_1, x_2) = x_1 * x_2$$

und die Division

$$y = f_2(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2}$$

gut gestellt sind.

Problem 2 **(4 Punkte)**

Schreiben Sie ein Matlab Programm zur Berechnung der Exponentialfunktion basierend auf der Approximation

$$T_l(x) = \sum_{k=0}^{l} \frac{x^k}{k!}.$$

Plotten Sie den relativen Fehler für $x \in \{-100, -10, -1, 1, 10, 100\}$ und erklären Sie warum die Ergebnisse für negative x so unbefriedigend sind. Modifizieren Sie ihr Programm, um dieses Verhalten zu vermeiden.

Problem 3 **(4 Punkte)**

Führen Sie die Gauss'sche Elimination mit partieller Pivotisierung per Hand durch am Beispiel von

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}.$$

Schreiben Sie die Zerlergung $PA = LU$ auf. Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mittels Matlabs `lu` Befehl. Implementieren Sie die Gauss'sche Elimination ohne Pivotisierung und vergleichen Sie das Ergebnis für die rechte Seite `b=sum(A,2)`. Vergleichen Sie noch einmal Ihre LU Zerlegung und die mit Pivotisierung für das Beispiel

$$A = \begin{bmatrix} 1e-6 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix}$$

mit `b=sum(A,2)`. Schauen Sie das Residuum `norm(b-Ax)` an.

Problem 4 **(2 Punkte)**

Zeigen Sie, dass für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $Ax = b$ eine eindeutige Lösung besitzt genau dann wenn die Diagonaleinträge u_{jj} von U aus der LU Zerlegung $u_{jj} \neq 0$. (Hinweis: Determinanten).

Problem 5 **(6 Punkte)**

Zeigen Sie, dass fuer eine Matrix A die strikt Spalten diagonal dominant ist, d.h.

$$|a_{jj}| > \sum_{i=1, i \neq j}^{n} |a_{ij}|,$$

die Gauss'sche Elimination keine Zeilenvertauschungen durchführen muss.