

## Thema für eine Abschlussarbeit

Fachgruppe Computational Methods in Systems and Control Theory

Thema:

### Simultane iterative Lösung der adjungierten linearen Gleichungssysteme in der dualen Niedrig-Rang ADI Iteration für Lyapunov-Gleichungen

#### Vorkenntnisse

Numerik, Numerische Lineare Algebra, insb. Numerik linearer Gleichungssysteme (empfohlen)

Mathematische System- und Regelungstheorie, Matrixgleichungen (wünschenswert)

#### Tätigkeitsbeschreibung

Die beiden dualen Lyapunov-Gleichungen

$$AP + PA^T = -BB^T \text{ und } A^TQ + QA = -C^TC$$

sind von großer Bedeutung für lineare zeit-invariante Regelungssysteme

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$$

mit  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ . Eine wichtige Anwendung ist zum Beispiel Modellordnungsreduktion mittels balancierten Abschneidens.

Für große, dünnbesetzte  $A$  ist es aus numerischer Sicht oft sinnvoll  $P$  und  $Q$  nicht direkt, sondern als Niedrig-Rang-Approximationen zu berechnen, d.h.  $P \approx RR^T$ ,  $R \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $Q \approx SS^T$ ,  $S \in \mathbb{R}^{n \times s}$  mit  $r, s \ll n$ . Dies kann für beide Lyapunov-Gleichungen simultan z.B. mit der dualen Niedrig-Rang-ADI erfolgen.

Dabei müssen in jedem Iterationsschritt zwei lineare Gleichungssysteme der Gestalt

$$(A + pI)f = v, \quad (A + pI)^H g = w, \quad \text{mit } v, w \in \mathbb{R}^n, p \in \mathbb{C}_- \quad (1)$$

für  $f, g \in \mathbb{R}^n$  gelöst werden.

In dieser Bachelorarbeit soll die iterative Lösung von (1) mit BiCG und QMR untersucht werden. Beide Krylovraum-Verfahren sind in der Lage die beiden Systeme in (1) simultan zu lösen. Dabei soll untersucht werden ob Rechenzeiteinsparungen erzielt werden können gegenüber einer sequentiellen Lösung mit z.B. GMRES.

M.sc. Patrick  
Kürschner

Computational Methods in  
Systems and Control Theory

Telefon: +49 391 6110 424  
Fax: +49 391 6110 453

E-Mail:  
kueschner@mpi-magdeburg.mpg.de

www:  
[http://www.mpi-magdeburg.mpg.de  
/mpcsc/kueschner/](http://www.mpi-magdeburg.mpg.de/mpcsc/kueschner/)

12. Januar 2012

## Abschluss

Bachelor

## Arbeitsbereich

Matrixgleichungen, Numerische Lineare Algebra

## Kontakt

Telefon	M.sc. Patrick Kürschner +49 391 6110 424	Dr. Jens Saak +49 391 6110 216
Email	kuerschner@mpi-magdeburg.mpg.de	saak@mpi-magdeburg.mpg.de

## Literatur

- A. C. Antoulas  
*Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*;  
SIAM, 2005.
- J. Saak,  
*Efficient Numerical Solution of Large Scale Algebraic Matrix Equations in PDE Control and Model Order Reduction*;  
Dissertation, TU Chemnitz, 2009.
- Y. Saad  
*Iterative Methods for Sparse Linear Systems*;  
SIAM, 1996.