Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme
Dr.Martin Stoll, Björn Baran

Sommersemester 2016

Einführung in die Numerik – Aufgabenblatt 8.

Problem 1 **(4 Punkte)**

Schreiben Sie für die Funktion $f(x) = x^3 - 7x + 2$ mit $x \in [0, 1]$ die Bedingung $f(x) = 0$ als Funktion $x = F(x)$. Nutzen Sie dies für eine Fixpunktiteration

$$x^{n+1} = F(x^n)$$

und werten Sie diese in Matlab aus mit $x^0 \in (0, 1)$. In gleicher Weise können Sie das Newtonverfahren als Fixpunktiteration betrachten mit

$$F(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}.$$

Implementieren Sie dies und vergleichen Sie die Konvergenzgeschwindigkeit!

Problem 2 **(4 Punkte)**

Sie können das Sekantenverfahren aus dem Newtonverfahren erhalten indem Sie die Ableitung an der Stelle $f'(x^k)$ approximieren als

$$f'(x^k) \approx \frac{f(x^k) - f(x^{k-1})}{x^k - x^{k-1}}.$$

Schreiben Sie die Iterationsvorschrift für dieses Verfahren auf. Wählen Sie das obige Beispiel und die Startwerte $x_0 = 0.1$ und $x_1 = 0.7$ und implementieren Sie auch dieses Verfahren. Was beobachten Sie, wenn Sie nicht rechtzeitig abbrechen?

Problem 3 **(4 Punkte)**

Zeigen Sie mittels

$$f(b) = f(a) + \int_0^1 J(a + t(b-a))(b-a)dt$$

für eine einmal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ und J der Jacobi-Matrix, dass

$$f(x^*) = f(x^0) + J(x^0)(x^* - x^0) + \int_0^1 \left[J(x^0 + t(x^* - x^0)) - J(x^0)\right](x^* - x^0)dt$$

gilt!

Problem 4 **(4 Punkte)**

Das LORAN (LOng RAnge Navigation) System berechnet die Position eines Bootes auf See, indem es Signale von fixierten Sendern benutzt. Aus der Zeitdifferenz der eingehenden Signale kann das Boot den Abstand zu den Sendern bestimmen. Das führt auf zwei Gleichungen, die für x und y gelöst werden müssen, d.h.

$$\frac{x^2}{186^2} - \frac{y^2}{300^2 - 186^2} = 1$$
$$\frac{(y-500)^2}{279^2} - \frac{(x-300)^2}{500^2 - 279^2} = 1$$

Schreiben Sie dies als $f(x) = 0$. Implementieren Sie das Newtonverfahren für diese Gleichungen und testen Sie es für verschiedene Startwerte. Man erhält verschiedene Nullstellen.
(Hinweis: Sie können $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ wählen.)